UNA PROPUESTA DE INTEGRACIÓN DE SABERES EN ANÁLISIS MATEMÁTICO

Noemí Sonia Vega[1]; Ana Beatriz Angelelli[1]; María Patricia Garrido[2]

[1]Universidad Tecnológica Nacional. Facultad Regional Mendoza. Grupo IEMI
noemi.vega@docentes.frm.utn.edu.ar; / ana.angelelli@docentes.frm.utn.edu.ar
[2]Universidad Tecnológica Nacional. Facultad Regional Mendoza.
patricia.garrido@docentes.frm.utn.edu.ar

Resumen: El siguiente trabajo tiene por objetivo presentar una propuesta donde se vean reflejados los Estándares de Segunda Generación para la Acreditación de las Carreras de Ingeniería en la República Argentina, aprobados por el Consejo Federal de Decanos de Ingeniería (CONFEDI). El propósito es, concretamente, contribuir a la competencia genérica tecnológica: *identificar*, *formular* y *resolver* problemas de ingeniería. Esta iniciativa surge de analizar el rendimiento académico de los estudiantes de Análisis Matemático I, asignatura común a todas las carreras de ingeniería que se dictan en la Facultad Regional Mendoza, Universidad Tecnológica Nacional. La gran cantidad de alumnos que deben recursar la materia por no haber alcanzado la regularidad, la falta de integración de conceptos que muestran al momento de rendir la materia, y la observación de profesores de años superiores que manifiestan que los estudiantes no recuerdan los conceptos estudiados en esta asignatura, nos llevan a cuestionar nuestro proceso de enseñanza-aprendizaje. Pensamos entonces en proponer la incorporación de actividades potenciando la articulación horizontal entre el cálculo y la física. Esto desafía a los estudiantes a utilizar modelos matemáticos para describir y analizar fenómenos naturales, lo que no solo facilita la comprensión de las leyes físicas, sino también favorece el desarrollo de habilidades analíticas esenciales para el planteo y resolución de problemas en el ámbito de la ingeniería. Las acciones mencionadas buscan generar en los estudiantes una comprensión profunda y duradera de los conceptos, de modo que puedan aplicarlos de manera efectiva en situaciones futuras dentro de su carrera profesional.

Palabras claves: Análisis Matemático - Articulación Horizontal - Competencias – Resolución de problemas – Integración.

INTRODUCCIÓN

Desde hace algunos años, ha cobrado relevancia en las carreras de ingeniería la formación por competencias, basada en el aprendizaje centrado en el estudiante (ACE). A partir de ello, surge como interrogante cómo adecuar e implementar los planes de estudio de las distintas carreras de ingeniería a esta nueva propuesta.

Este nuevo enfoque se apoya en tres pilares: la **formulación de competencias**; la **mediación pedagógica** y el **sistema de evaluación de competencias**. Para ello, las competencias deben desarrollarse en forma gradual, progresiva y planificada a lo largo de toda la carrera, desde el primer día de clases. En este sentido, es importante conocer las competencias generales y específicas que debe lograr un estudiante de ingeniería (Competencias genéricas) (Consejo Federal de Decanos de Ingeniería, 2008):

- Identificar, formular y resolver problemas de ingeniería.
- Utilizar de manera efectiva técnicas y herramientas de aplicación en ingeniería.
- Desempeñarse de manera efectiva en equipos de trabajo.
- Comunicarse con efectividad.
- Aprender en forma continua y autónoma.

Para contribuir a estas competencias, desde la cátedra Análisis Matemático I, proponemos una serie de problemas de aplicación a la ingeniería, donde el estudiante ponga en práctica las competencias mencionadas anteriormente. Aunque en la guía de trabajos prácticos de la cátedra hay ejercicios de aplicación, estos generalmente hacen referencia a un tema en particular. En este trabajo, proponemos aplicaciones que integren más de un concepto del Cálculo. Presentamos ahora algunos de los problemas seleccionados, junto con la teoría necesaria para poder abordarlos:

En física, específicamente en cinemática, rama de la mecánica que se enfoca en describir el movimiento de los objetos (sólidos o fluidos), se estudian variables como la posición, la velocidad y la aceleración de un objeto en función del tiempo, así como su trayectoria.

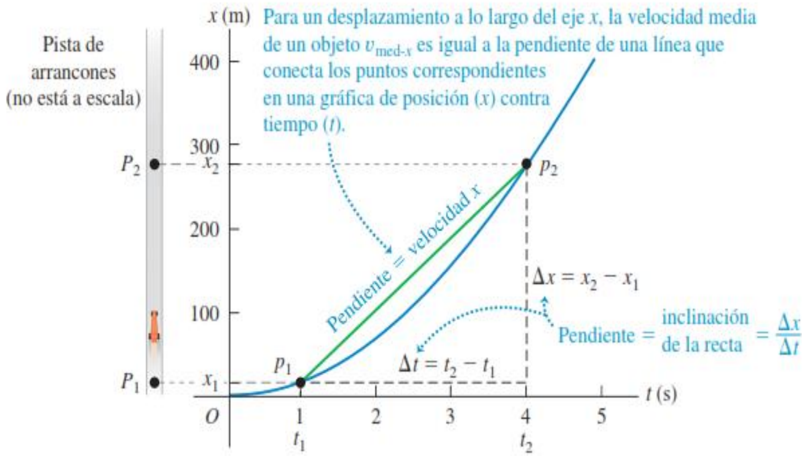
Si consideramos que la derivada es un concepto matemático que permite estudiar cómo varía una variable respecto de otra, y recordamos que la velocidad nos da una idea de cómo varía la posición de una partícula respecto del tiempo, podemos interpretar a la velocidad como la derivada de la posición respecto del tiempo. De manera similar, si tomamos en cuenta que la aceleración nos indica cómo varía la velocidad de una partícula respecto del tiempo, podemos interpretar la aceleración como la derivada de la velocidad respecto del tiempo. De esta manera, podemos ver que varios conceptos de Física, están relacionados con los de Análisis (Sears et al., 2009; Zill & Wright, 2011).

Velocidad media e instantánea

Si $x = x(t)$, cuya gráfica x-t se muestra en la Figura 1:

Figura 1

Velocidad media e instantánea



Nota. Reproducido de Sears, F. W., Zemansky, M. W., Young, M. A. & Freedman, R. A. (2009). *Física Universitaria* (12th ed., Vol. 1) (V. A. Flores Flores, Trans.). Person Educación. (Original work published 2008), p. 37.

A partir de la gráfica podemos obtener los datos necesarios para calcular la velocidad media v_m en un intervalo $[t_1; t_2]$: (Ecuación 1)

$$v_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \frac{desplazamiento}{tiempo} \qquad (1)$$

Si observamos la gráfica podemos ver que la velocidad media coincide con la pendiente de la recta secante a la gráfica de la función posición que pasa por los puntos P_1 y P_2. Si queremos calcular la velocidad instantánea en el instante t_1, debemos hacer tender el intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$ a 0. Así la Ecuación 2 define la velocidad instantánea en t_1:

$$v_x(t_1) = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \qquad (2)$$

Ésta se puede expresar como (Ecuación 3):

$$v_x(t_1) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t_1 + \Delta t) - x(t_1)}{\Delta t} \qquad (3)$$

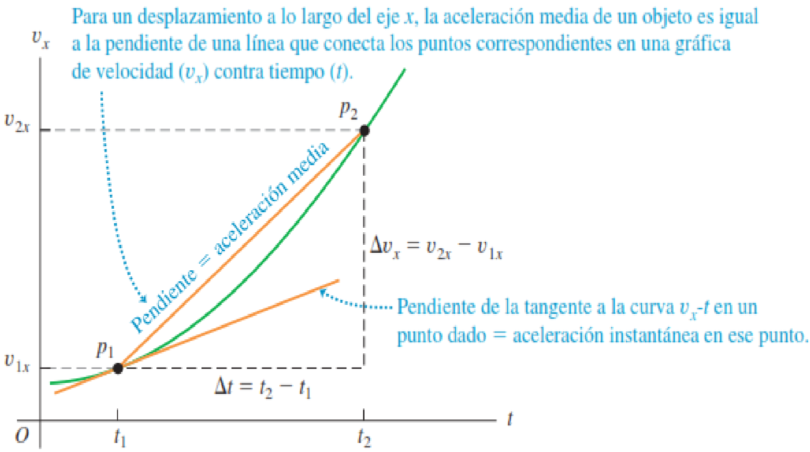
Teniendo en cuenta la definición de derivada, podemos ver que la velocidad instantánea en t_1 no es otra cosa que la derivada de la función posición respecto del tiempo evaluada en t_1. En un instante t, podemos expresar la velocidad instantánea en t (Ecuación 4):

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} \qquad (4)$$

Aceleración media e instantánea
La Figura 2 nos muestra la gráfica de la velocidad $v(t)$:

Figura 2

Aceleración media e instantánea



Nota. Reproducido de Sears, F. W., Zemansky, M. W., Young, M. A. & Freedman, R. A. (2009). *Física Universitaria* (12th ed., Vol. 1) (V. A. Flores Flores, Trans.). Person Educación. (Original work published 2008), p. 46.

La aceleración media a_m en un intervalo $[t_1; t_2]$, se define como (Ecuación 5):

$$a_m = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} \qquad \frac{Variación\ velocidad}{tiempo} \qquad (5)$$

Si observamos la Figura 2, podemos ver que la aceleración media coincide con la pendiente de la recta secante a la gráfica de la función velocidad que pasa por los puntos P_1 y P_2. Si queremos calcular la aceleración instantánea en el instante t_1, debemos hacer tender el intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$ a 0. De esta forma la aceleración instantánea en t_1 queda definida por la Ecuación 6:

$$a_x(t_1) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v_{2x}-v_{1x}}{t_2-t_1} \qquad (6)$$

Considerando que:

$$v_{1x} = v_x(t_1) \quad ; \quad v_{2x} = v_x(t_2) = v_x(t_1 + \Delta t) \quad ; \quad \Delta t = t_2 - t_1$$

la aceleración instantánea se puede expresar como (Ecuación 7):

$$a_x(t_1) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t_1+\Delta t)-v(t_1)}{\Delta t} \qquad (7)$$

Teniendo en cuenta la definición de derivada, podemos ver que la aceleración instantánea en t_1 no es otra cosa que la derivada de la función velocidad respecto del tiempo, evaluada en t_1. En un instante t genérico, podemos expresar aceleración Instantánea en t como (Ecuación 8):

$$a_x(t) = \frac{dv(t)}{dt} \qquad (8)$$

Por otra parte, considerando que la velocidad es la derivada primera de la función posición, la aceleración se puede expresar como la derivada segunda de la función posición respecto del tiempo (Ecuación 9):

$$a_x(t) = \frac{d^2x(t)}{(dt)^2} \qquad (9)$$

Distancia recorrida

Si consideramos que:

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} \Longrightarrow dx(t) = v_x(t)dt$$

integrando ambos miembros de la igualdad en un intervalo $[t_1 ; t_2]$, obtenemos (Ecuaciones 10, 11 y 12):

$$\int_{t_1}^{t_2} dx(t) = \int_{t_1}^{t_2} v_x(t)dt \qquad (10)$$

$$x(t_2) - x(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v_x(t)dt \qquad (11)$$

$$x_2 - x_1 = \Delta x = \int_{t_1}^{t_2} v_x(t)dt \qquad (12)$$

Esto nos muestra que la integral definida de la velocidad nos permite calcular el desplazamiento en el intervalo considerado. Pero como el desplazamiento puede ser positivo o negativo, para calcular la distancia recorrida, debemos considerar en qué intervalo la velocidad es positiva y en cuál es negativa, pues en los intervalos donde la velocidad es positiva, el desplazamiento coincidirá numéricamente con la distancia recorrida, mientras que en los intervalos donde la velocidad es negativa, el desplazamiento será negativo, pero su módulo coincidirá con la distancia recorrida. Si indicamos con **d** a la distancia recorrida, podemos definir (Ecuación 13):

$$d = \Delta x = \int_{t_1}^{t_2} |v_x(t)| dt \qquad (13)$$

Esto nos indica que la distancia recorrida se puede interpretar como el área entre la gráfica de la velocidad y el eje de los tiempos correspondiente al intervalo de tiempo indicado. Veamos ahora algunos ejercicios de Física donde aplicamos conceptos del cálculo.

Ejemplo 1:

La ecuación de la velocidad de una partícula está dada por

$$v(t) = -3t^2 + 4t + 7$$

con t está expresado en segundos y la posición x en metros.

a) Calcule la aceleración a los 2,5 segundos.
b) Sabiendo que la posición inicial es de 3m ($x_0 = 3$), halle la ecuación horaria de la posición y el desplazamiento en el intervalo $[0,4]$.
c) Calcule la distancia recorrida en el intervalo $[0,4]$.
d) Calcule la velocidad máxima que alcanza, e indique en qué momento lo hace.
e) Corrobore los valores numéricos obtenidos en los ítems anteriores con la interpretación gráfica de $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$

a) Para calcular la aceleración derivamos la velocidad:

$$\boldsymbol{a(t) = v'(t) = -6t + 4}$$
$$\boldsymbol{a(2,5) = -11}$$

Respuesta: La aceleración de la partícula a los 2,5 segundos de haber comenzado su movimiento es de **–11 m/s^2**. Al ser tanto la aceleración como la velocidad negativa eso indica que el movimiento es regresivo acelerado.

b) La ecuación horaria de la posición es:

$$\boldsymbol{x(t) = \int v(t)\,dt = \int (-3t^2 + 4t + 7)\,dt = -t^3 + 2t^2 + 7t + C}$$

Como $x(0) = 3$ y según la ecuación anterior $x(0) = C$, esto nos da el valor de la constante de integración **C** y así:

$$\boldsymbol{x(t) = -t^3 + 2t^2 + 7t + 3}$$

El desplazamiento en el intervalo $[0,4]$ es la resta entre la posición en el punto final y la posición en el punto inicial:

$$\boldsymbol{\Delta x = x(4) - x(0) = -1 - 3 = -4}$$

Respuesta: El desplazamiento de la partícula en el intervalo de tiempo [0;4] es $\boldsymbol{\Delta x = -4\ \mathrm{m}}$ lo que indica que a los 4 segundos de haber comenzado a moverse, la partícula se encuentra a $4\ m$ de su posición inicial en sentido contrario al fijado como positivo.

c) La distancia total recorrida se calcula como el área de la región limitada por la curva gráfica de la velocidad y el eje horizontal, pero antes debemos buscar los puntos donde la velocidad se anula:

$$-3t^2 + 4t + 7 = 0 \quad \longrightarrow \quad t = -1; \ \ t = \frac{7}{3}$$

Consideramos sólo $t = \frac{7}{3}$ como el momento donde la partícula tiene velocidad nula, no se considera el valor $t = -1$ porque no pertenece al intervalo [0;4]. Luego:

$$\boldsymbol{d} = \left| \int_0^{7/3} v(t)dt \right| + \left| \int_{7/3}^{4} v(t)dt \right|$$

$$= \left| [\boldsymbol{-t^3 + 2t^2 + 7t + 3}]_{\boldsymbol{0}}^{7/3} \right| + \left| [\boldsymbol{-t^3 + 2t^2 + 7t + 3}]_{7/3}^{4} \right|$$

$$= 17{,}53 + 18{,}53 = \boldsymbol{36{,}06}$$

Respuesta: La distancia recorrida por la partícula en los 4 primeros segundos es de **36,06 m**.

d) Para calcular la máxima velocidad debemos buscar cuando su derivada se anula:

$$\boldsymbol{v'(t) = 0} \quad \longrightarrow \quad \boldsymbol{-6t + 4 = 0} \quad \longrightarrow \quad \boldsymbol{t = \frac{2}{3}}$$

Para saber si la velocidad es máxima estudiamos el signo $v''(t)$.

$$v''(t) = -6 < 0 \quad \longrightarrow \quad v_{max} = v\left(\frac{2}{3}\right) = 9{,}22$$

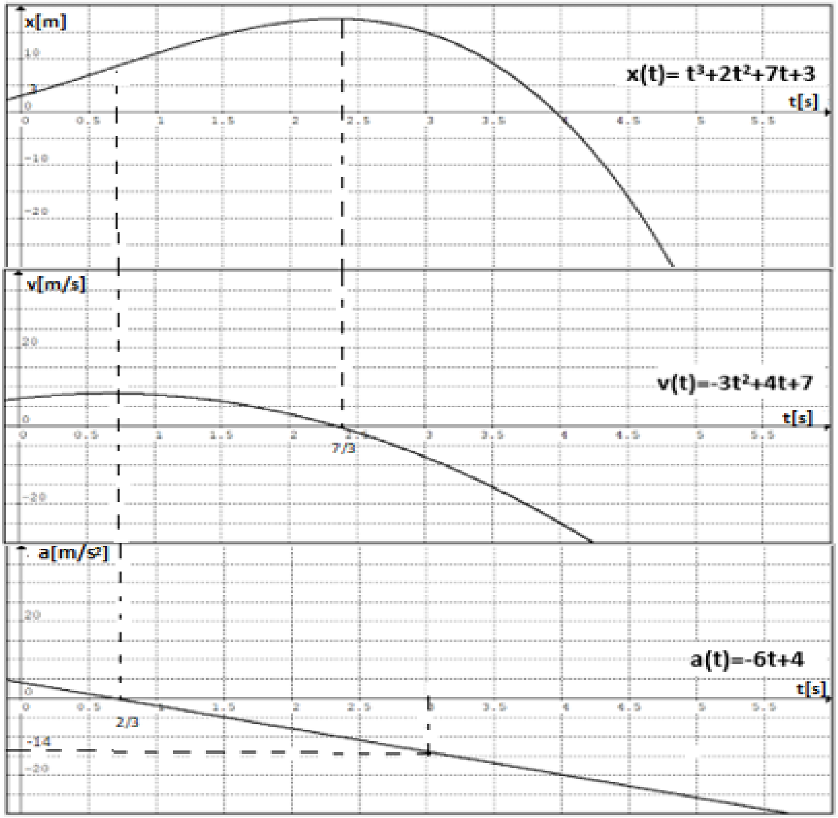
Respuesta: La partícula alcanza una velocidad máxima de **9,22 m/s** a los **0,67 s** de haber comenzado su movimiento.

e) Corrobore los valores numéricos obtenidos en los ítems anteriores con la interpretación gráfica de x(t), v(t) y a(t)

Respuesta:

Figura 3

Gráficas del movimiento en función del tiempo



De las gráficas de $x(t)$; $v(t)$ y $a(t)$ podemos observar que cuando la velocidad se anula la posición alcanza su valor máximo. Cuando la aceleración se anula, la velocidad alcanza su valor máximo y la posición presenta un punto de inflexión.

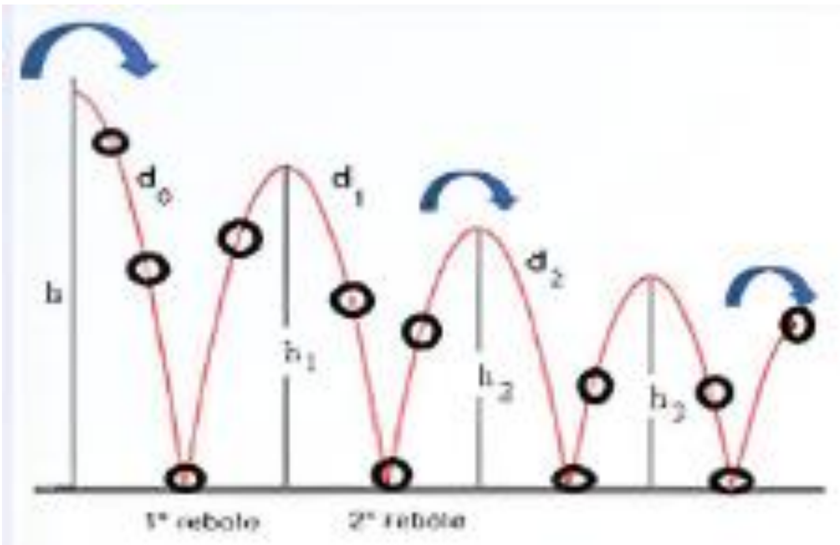
Ejemplo 2:

Se deja caer una pelota desde una altura inicial de 10m sobre un piso de concreto. Cada vez que rebota alcanza una altura de $0{,}75$ de la altura anterior.

a) ¿Qué altura alcanza después del tercero y en su enésimo rebote?
b) ¿Qué distancia recorre entre el 3° y 4° y rebote? ¿y entre el n-ésimo rebote y el siguiente?
c) Si la pelota rebota indefinidamente, ¿Cuál será la distancia total recorrida?
d) ¿Cuánto tiempo tardará en quedar en reposo?

Figura 4

Movimiento de la pelota



a) Luego de su 1° rebote la pelota alcanza la altura $\boldsymbol{h_1}$ que es igual a $\frac{3}{4}$ de la altura inicial:

$$h_1 = \frac{3}{4}\,h = \frac{3}{4}\,10 = 7{,}5$$

Luego de su 2° rebote la pelota alcanza la altura:

$$h_2 = \frac{3}{4}\,h_1 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 10 = 5{,}625$$

Luego de su 3° rebote alcanza la altura: $h_3 = \left(\frac{3}{4}\right)^3 10 = 4{,}22$

Respuesta:
Después del 3° rebote alcanza $4{,}22\ m$.
Después del enésimo rebote alcanza: $h_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n 10\ m$.

b) Cuando la pelota golpea el suelo por primera vez ha recorrido la distancia $\boldsymbol{h = d_0 = 10}$. Luego entre el 1° y 2° rebote recorre una distancia $\boldsymbol{d_1}$ (hacia arriba y hacia abajo)

$$d_1 = \underbrace{10\left(\frac{3}{4}\right)}_{\textbf{sube}} + \underbrace{10\left(\frac{3}{4}\right)}_{\textbf{baja}} = 20\left(\frac{3}{4}\right).$$

Luego entre el 2° y 3° rebote, recorrerá una distancia d_2 :

$$d_2 = \underbrace{10\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)}_{\textbf{sube}} + \underbrace{10\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)}_{\textbf{baja}} = 20\left(\frac{3}{4}\right)^2.$$

Respuesta:

De esta manera, entre el 3° y 4° rebote la pelota recorrerá una distancia d_3:

$$d_3 = 20\left(\frac{3}{4}\right)^3 = 8{,}44\ m$$

Generalizando, entre el n-ésimo y el siguiente rebote la pelota recorrerá la distancia:

$$d_{\mathrm{n}} = 20\left(\frac{3}{4}\right)^{n}$$

c) Llamando $\boldsymbol{D_n}$ a la distancia total recorrida desde que se suelta la pelota hasta luego del enésimo rebote se tiene que:

$$\boldsymbol{D_1 = d_0 + d_1}$$

siendo $\boldsymbol{d_0 = 10}$ la altura desde la que cae al inicio.

Luego: $D_1 = 10 + 20\left(\frac{3}{4}\right)$

$$D_2 = d_0 + d_1 + d_2 = 10 + 20\left(\frac{3}{4}\right) + 20\left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$D_n = d_0 + d_1 + \cdots + d_n = 10 + 20\left(\frac{3}{4}\right) + \cdots + 20\left(\frac{3}{4}\right)^n = 10 + \sum_{i=1}^{n} 20\left(\frac{3}{4}\right)^i$$

La distancia total (hasta que se detiene la pelota) será $\boldsymbol{DTotal = \lim_{n\to\infty} D_n}$.

Esto es:

$$DTotal = \lim_{n\to\infty} D_n = \lim_{n\to\infty}\left[10 + \sum_{i=1}^{n} 20\left(\frac{3}{4}\right)^i\right]$$

$$= 10 + \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} 20\left(\frac{3}{4}\right)^i = 10 + \sum_{i=1}^{\infty} 20\left(\frac{3}{4}\right)^i$$

Aparece aquí la serie geométrica $\sum_{i=1}^{\infty} 20\left(\frac{3}{4}\right)^i$. Cuyo primer término es: $20\left(\frac{3}{4}\right) = 15$ y su razón es ¾ , luego dicha serie converge a

$$\frac{\mathbf{15}}{\mathbf{1}-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}}=\frac{\mathbf{15}}{\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}}=\mathbf{60}$$

Entonces la distancia total será: $\boldsymbol{DTotal}=\mathbf{10}+\mathbf{60}=\mathbf{70}$

Respuesta: Antes de detenerse completamente la pelota recorre **70*m***.

d) Para calcular el tiempo que tarda la pelota en caer debemos recurrir a una fórmula de caída libre que corresponde a la de posición en función del tiempo en un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (ya que la aceleración es constante pues en caída libre es la de la gravedad).

$$y=y_0+v_{0\mathrm{y}}\,t+\frac{1}{2}\,a\,t^2$$

siendo y_0 la posición inicial, $v_{0\mathrm{y}}$ la velocidad inicial y a la aceleración.

En el caso de la pelota que cae desde una cierta altura $y_0=h_0$, la fórmula para calcular la altura h en el instante t es:

$$h=h_0-\frac{1}{2}\,g\,t^2$$

ya que si la pelota se deja caer, la velocidad inicial es nula y la aceleración es la de la gravedad: $a=-g=-9{,}8\ \frac{m}{seg^2}$.

Cuando la pelota cae desde la altura h_0 y toca el suelo por primera vez, la altura es 0 y se tiene:

$$0=h_0-\tfrac{1}{2}\,g\,t^2 \quad\Longrightarrow\quad t_0=\sqrt{\frac{2\,h_0}{g}}$$

siendo t_0 el tiempo que tarda en tocar el suelo por primera vez.

Para calcular el tiempo total tenemos que calcular el tiempo en cada rebote y para ello necesitamos la altura en cada uno, considerando que cuando rebota alcanza una fracción q de la altura anterior aquí $\left(q=\frac{3}{4}\right)$.
Al primer rebote la altura que alcanzará es: $h_1 = q\ h_0$ y el tiempo de caída desde ahí es:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2\ h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2\ q\ h_0}{g}} = \sqrt{\frac{2\ h_0}{g}}\, q^{1/2}$$

Al 2° rebote la altura es: $h_2 = q\ h_1 = q^2 h_0$ y el tiempo de caída:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2\ h_2}{g}} = \sqrt{\frac{2\ q^2\ h_0}{g}} = \sqrt{\frac{2\ h_0}{g}}\, q^{2/2}$$

Así, luego del enésimo rebote la altura será: $h_n = q^n h_0$
y el tiempo de caída desde esa altura h_n es:

$$t_n = \sqrt{\frac{2\ h_n}{g}} = \sqrt{\frac{2\ q^n h_0}{g}} = \sqrt{\frac{2\ h_0}{g}}\ q^{n/2}$$

Dado que el tiempo para subir es igual al tiempo para bajar, el tiempo total para cada rebote es el doble, entonces el tiempo total desde que cae hasta después del enésimo rebote será:

$$\boldsymbol{T_{total,n} = t_0 + 2t_1 + 2t_2 + \cdots + 2t_n}$$

$$\boldsymbol{T_{total,n}} = \sqrt{\frac{2\ h_0}{g}} + 2\sqrt{\frac{2\ h_0}{g}}\, q^{1/2} + 2\sqrt{\frac{2\ h_0}{g}}\, q^{2/2} + \cdots + 2\sqrt{\frac{2\ h_0}{g}}\, q^{n/2}$$

El tiempo hasta que queda en reposo será: $\boldsymbol{T_{total} = \lim_{n\to\infty} T_{total,n}}$

$$T_{total} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{2\,h_0}{g}} + \lim_{n\to\infty} \left[2\sqrt{\frac{2\,h_0}{g}}\, q^{1/2} + 2\sqrt{\frac{2\,h_0}{g}}\, q^{2/2} + \cdots \right.$$
$$\left. + 2\sqrt{\frac{2\,h_0}{g}}\, q^{n/2} + \cdots \right]$$

El primer límite es constante y el segundo es una serie:

$$T_{total} = \sqrt{\frac{2\,h_0}{g}} + 2\sqrt{\frac{2\,h_0}{g}} \sum_{n=1}^{\infty} \left(q^{1/2}\right)^n$$

La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left(q^{1/2}\right)^n$ es geométrica de razón $q^{1/2}$ y converge (pues $0 < q < 1$) a: $\frac{q^{1/2}}{1-q^{1/2}}$. Así, el tiempo total será:

$$T_{total} = \sqrt{\frac{2\,h_0}{g}} + 2\sqrt{\frac{2\,h_0}{g}} \frac{q^{1/2}}{1-q^{1/2}} = \sqrt{\frac{2\,h_0}{g}} \left[1 + 2\,\frac{q^{1/2}}{1-q^{1/2}}\right]$$

$$T_{total} = \sqrt{\frac{2\,h_0}{g}} \left[\frac{1+\sqrt{q}}{1-\sqrt{q}}\right]$$

Si la altura inicial es de $10\,m$, $q = \frac{3}{4} = 0{,}75$ y $g = 9{,}8\,\frac{m}{seg^2}$ se tiene que el tiempo total hasta quedar en reposo es:

$$T_{total} = \sqrt{\frac{\mathbf{2\;10m}}{\mathbf{9{,}8\,\frac{m}{seg^2}}}} \left[\frac{\mathbf{1+\sqrt{0{,}75}}}{\mathbf{1-\sqrt{0{,}75}}}\right] = \mathbf{19{,}9}$$

Respuesta: Tarda casi 20 segundos en quedar en reposo

CONCLUSIÓN

En este trabajo presentamos una propuesta que pretende contribuir a la mejora de la competencia: identificar, formular y resolver problemas de ingeniería. A partir del análisis del rendimiento académico de los estudiantes y la observación de la falta de integración de conceptos, hemos identificado áreas clave de mejora en el proceso de enseñanza-aprendizaje. La incorporación de actividades que potencian la articulación horizontal entre el cálculo y la física promete ser una estrategia efectiva para motivar a los estudiantes y facilitar una comprensión más profunda y duradera de los conceptos matemáticos. La mayor integración de conceptos y la aplicación de modelos matemáticos en contextos reales pueden contribuir significativamente al desarrollo de competencias en los estudiantes de ingeniería.

Esta propuesta ofrece un camino hacia una educación más efectiva y relevante para los futuros ingenieros, acompañando el gran desafío que enfrenta el CONFEDI, y en el que todos nos vemos involucrados, de migrar del modelo de enseñanza basado en los contenidos, hacia un modelo centrado en el alumno, que busca el desarrollo de sus capacidades, es decir, trabajar con el alumno y desde él, sosteniendo estándares de calidad para su formación, que impacten en la adquisición de las competencias necesarias para su futura inserción laboral.

REFERENCIAS

Consejo Federal de Decanos de Ingeniería (2018). *Propuesta de estándares de 2° generación para la acreditación de carreras de ingeniería en la República Argentina "Libro rojo de CONFEDI"*. R. Giordano Lerena & S. Cirimelo, Eds. https://confedi.org.ar/download/documentos_confedi/LIBRO-ROJO-DE-CONFEDI-Estandares-de-Segunda-Generacion-para-Ingenieria-2018-VFPublicada.pdf

Sears, F. W., Zemansky, M. W., Young, M. A. & Freedman, R. A. (2009). *Física Universitaria* (12th ed., Vol. 1) (V. A. Flores Flores, Trans.). Person Educación. (Original work published 2008).

Zill, D & Wright, W. S. (2011). *Cálculo. Trascendentes tempranas* (H. Villagómez Velázquez & G. Nagore Cázares, Trans.). (4ta ed.). McGraw Hill / Interamericana Editores, S.A. de C.V.

* * * * *