PROPUESTA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA DE ARGUMENTACIÓN Y COMUNICACIÓN LÓGICO-MATEMÁTICA EN CARRERAS DE INGENIERÍA DE LA UTN-FRM

Cecilia Polenta[1]; Carolina Bernaldo de Quirós[1]; Gabriela Tomazzeli[1]

[1] Universidad Tecnológica Nacional, FRM cecilia.polenta@docentes.frm.utn.edu.ar
carolina.bernaldo@docentes.frm.utn.edu.ar
gabriela.tomazzelli@docentes.frm.utn.edu.ar

Resumen: La educación tecnológica en las carreras de Ingeniería de la Universidad Tecnológica Nacional requiere consolidar el enfoque de enseñanza por competencias centrado en el estudiante. Bajo este paradigma los docentes asumimos el compromiso de actualizar nuestras prácticas áulicas y recrear situaciones y estrategias pedagógicas. Los saberes propios de las asignaturas Lógica y Estructuras Discretas y, Álgebra y Geometría Analítica, ubicadas en el primer nivel de Carreras de Ingeniería, aportan un conjunto de herramientas conceptuales, metodológicas y actitudinales, necesarias para el desarrollo de capacidades lógico-matemáticas, comunicativas y sociales, pertinentes en la consolidación del perfil del futuro ingeniero. El propósito de este trabajo es posibilitar el desarrollo de la competencia de argumentación y comunicación lógico-matemática, a través de una mediación didáctica que permita la articulación de contenidos de ambas asignaturas con un enfoque interdisciplinario de las estructuras matemáticas. Se busca contribuir al fortalecimiento de las competencias genéricas sociales, políticas y actitudinales que involucran capacidades relacionadas a la comunicación, teniendo como pilar para el presente trabajo la competencia “comunicarse con efectividad”, tributando a la misma desde la argumentación y justificación de procedimientos.

Palabras claves: competencia, argumentación y comunicación matemática, mediación didáctica.

INTRODUCCIÓN

Parte del progreso e innovación de la sociedad se cimienta en los aportes de la Ingeniería, en su búsqueda permanente de resolver problemas y desafíos. Sus desarrollos se sostienen sobre sólidas estructuras de conocimientos, entre ellos los matemáticos. Es por tanto un requerimiento, en el ámbito de la formación científica-tecnológica la apropiación de estos saberes, su lenguaje y comunicación. En este sentido, propiciar el desarrollo de las competencias lógico-matemáticas en los estudiantes de las carreras de Ingeniería resulta fundamental. Las mismas les posibilitan el desarrollo de sus habilidades para deducir correctamente nuevas ideas a partir de otras, comparar y evaluar alternativas para la toma de decisiones, emitir juicios críticamente y comunicarlos de manera efectiva, así también, la potencialidad de poner en acción estas capacidades en su desempeño en los contextos propios de su profesión (Polenta, Tomazzeli y Bernaldo de Quirós, 2023).

Carreño M. (2012) considera que para el profesional Ingeniero del siglo XXI, una actuación óptima en los ámbitos laborales se vincula con el buen desempeño en las áreas comunicativas y requiere el desenvolvimiento de habilidades sociales y la capacidad para trabajar en equipo eficazmente, por lo que su perfil de formación no se concentra exclusivamente en sus saberes matemáticos y tecnológicos, sino que necesitan saber escuchar, hablar y escribir.

ENFOQUE DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

En muchas ocasiones, para los estudiantes, el aprendizaje de la matemática está más cerca de la aplicación y uso de fórmulas y propiedades, de manera mecánica, que de la producción de conjeturas y su validación. Sin embargo, una perspectiva constructivista del quehacer matemático apunta a que el sujeto formule hipótesis referidas a objetos matemáticos y sus propiedades, con la consecuente validación de estas.

De este modo la actividad matemática se transforma en una actividad productora de ideas. Como tal, es preciso que dicha disciplina no sea sólo un conjunto de conceptos y procedimientos dado por los docentes y utilizados por los estudiantes, sin darle significatividad, sino que sea un espacio donde el alumno pueda proponer, investigar, contraponer, justificar, argumentar, integrar y validar.

Para crear este escenario, se necesita modificar estándares y metodologías de trabajo, los cuales están fundados en antiguos paradigmas de la educación donde la clase expositiva y magistral tiene un lugar preponderante y en el que el docente concibe a la disciplina matemática como un conjunto de saberes organizados en un sistema axiomático de conocimientos (Brousseau, 1986) que debe transferir al alumno y que apunta a la reproducción de nociones. Este cambio requiere dar lugar a la enseñanza centrada en el estudiante y el desarrollo de competencias donde el docente concibe al estudiante como gestor matemático y orienta a los alumnos a formularse preguntas, elaborar argumentaciones, y responsabilizarse por sus producciones.

Argumentación y comunicación lógico-matemática

Una argumentación es un razonamiento, un proceso de inferencias por el cual se produce una afirmación derivada de una o muchas proposiciones presentadas. Douek (2007) define la argumentación como el acto de formar razones, hacer inducciones, sacar conclusiones y aplicarlas al caso en discusión. Hanna y de Villiers (citado por Duarte, 2010) han caracterizado cómo las concepciones que se tengan de los procesos de la argumentación y demostración pueden impactar en el desarrollo de actividades de resolución de problemas:

> Algunos investigadores ven a la demostración como una producción distinta, de otra índole, con respecto a la argumentación, mientras que otros ven a la argumentación y a la demostración como un continuo más que como una dicotomía. Esta diferencia en los puntos de vista trae aparejadas importantes consecuencias didácticas. El primer grupo hará foco en la organización lógica de enunciados en una demostración y pretenderá enseñar un marco conceptual que permita producir demostraciones de forma independiente a la resolución de problemas. El segundo grupo por su parte focalizará en la producción de argumentos en el contexto de la resolución de problemas, experimentación y exploración, pero esperará que estos argumentos sean luego organizados lógicamente para dar forma a una demostración matemática. (p. 17)

La argumentación, entendida como fundamentación, por parte de los estudiantes, incrementa la comprensión, en tanto es generadora de razonamientos sucesivos y articulados. Tiene una función explicativa.

El acto de elaborar una explicación o argumentación no es un comportamiento habitual entre los alumnos, motivo por el que las actividades que lo propicien deben ser construidas como parte del contrato didáctico en el aula de matemáticas (Mendo Ostos, Castañeda Alonso, & Tarifa Lozano, 2017). En la Tabla 1 se muestran las principales características de la argumentación matemática, según Duarte (2010), como así también algunas de las tareas que el docente puede proponer a los estudiantes para la emergencia de la argumentación.

Es claro que la actividad argumentativa se consolida en los procesos de comunicación que pueden ser orales o escritos y que requieren del sujeto un ordenamiento y claridad en las ideas para que la misma resulte efectiva. Jiménez Espinoza y Pineda Bohórquez (2013) coinciden con Perry (2009) en el estatus de la comunicación como actividad fundamental para el proceso de aprendizaje, no sólo porque permite expresar lo aprendido sino por la riqueza que surge del intercambio oral o escrito de todos los actores implicados, lo que permite dotar de significado a las ideas matemáticas y a su vocabulario transformándolas en objetos de reflexión, perfeccionamiento, discusión y rectificación.

Desarrollar una clase teniendo como columna vertebral a la comunicación, propicia que los estudiantes desarrollen sus habilidades comunicativas, así como la posibilidad de construir matemáticas a través de la argumentación (Díaz Montes, 2008). De este modo es necesario que el docente plantee actividades más dinámicas y utilice estrategias de comunicación, en las que docente y estudiante tengan la misma oportunidad de participar, interactuar, opinar, discutir, justificar, explicar y convencer, en definitiva, de argumentar. Un modo efectivo de poner en práctica estas acciones es incorporando las dinámicas grupales en el trabajo en clase.

Tabla 1

Aspectos de la argumentación matemática

Argumentación Matemática	
Características	Tareas que la promueven
• Tiene la intención de promover el entendimiento a partir de una explicación en una comunidad de referencia. • Posibilita reformular, retroalimentar y enriquecer tales producciones de la comunidad.	• Desarrollar conjeturas. • Proponer actividades para el empleo de la estructura de implicación lógica. • Decidir si una sentencia es verdadera o falsa. • Encontrar contraejemplos que permitan dar evidencia sobre la falsedad de una sentencia.
• Admite un lenguaje familiar, no formal, contextualizado, basado en las nociones de la comunidad que los produce. • Subyacen en su armado la lógica del trabajo hipotético-deductivo matemático, incluyendo procesos de inferencia, deducción o generalización según el caso. • Se sostiene a partir de los conocimientos del sujeto que lo produce, de proposiciones demostradas en las clases, de resultados culturalmente establecidos	• Proponer condiciones para que una afirmación resulte verdadera siempre o en un determinado contexto. • Debatir sobre conjeturas que se refutan unas a otras. • Comparar ejemplos de objetos matemáticos, teniendo como objetivo la búsqueda de características en común. • Construir modelos matemáticos que representen situaciones de la realidad, problematizando su adaptación a la misma. • Propiciar el intercambio de información que los marcos gráfico y algebraico pueden aportar sobre ciertos objetos a la luz de alguna pregunta.

Estrategias propuestas: trabajo grupal e interdisciplinario

Duarte (2010) hace referencia a Polya para destacar la necesidad de que el estudiante construya una autonomía para pensar y resolver problemas a lo largo de su aprendizaje. Esta construcción no es en soledad, sino en el interior de un grupo de pares, donde el intercambio de ideas es génesis de nuevos resultados. El trabajo colaborativo, pensado como una interacción comprometida entre los integrantes, logra resultados más completos, ricos y complejos que los que surgen de las producciones individuales.

En esta dinámica el docente busca propiciar el diálogo entre los participantes, atendiendo a la fundamentación de los argumentos. Este diálogo, se sustenta en un espíritu de descubrimiento de los participantes. Supone un compromiso en el intercambio, con miras a llegar a acuerdos significativos. La socialización de ideas es una herramienta para el desarrollo de la comunicación que invita a producir conocimiento en el aula, cambiando el rol tradicional y pasivo del estudiante, a un desempeño activo en cuanto a generación de saberes.

A su vez cabe destacar que los conocimientos no se encuentran atomizados como lo presentamos en las aulas, escindidos por asignaturas. Para la resolución de problemas y el abordaje de situaciones ingenieriles, es necesario promover un trabajo integrador, que articule las miradas de distintas disciplinas, donde cada especialidad haga su aporte específico. Para esto, las situaciones contextualizadas resultan un recurso potente. Ante el requerimiento de resolver situaciones que involucran saberes de distintas disciplinas o áreas, el estudiante deberá relacionar contenidos y aventurarse en la producción de nuevas estrategias que le permitan acercarse a la solución buscada.

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS

La propuesta para el trabajo en el aula, versa en una situación que vincula contenidos de las asignaturas Álgebra y Geometría Analítica (AyGA) y Lógica y Estructuras Discretas (LyED) de la Facultad Regional Mendoza de la Universidad Tecnológica Nacional. Ambas asignaturas pertenecen al Bloque de Ciencias Básicas de la Ingeniería. La primera de las asignaturas es común a todas las especialidades de Ingeniería que se imparten en la facultad mientras que la segunda es exclusiva de la carrera de Ingeniería en Sistemas de Información.

Las Resoluciones del Ministerio de Educación publicadas en el Boletín Oficial de la República Argentina, con los números 1557, 1564, 1549, 1550 y 1566/ 2021. Anexo I - Contenidos Curriculares Básicos - Ingeniero en Sistemas de Información, Electromecánico, Civil, Electrónico y Químico, especifican respecto del bloque de conocimientos *Ciencias Básicas de la Ingeniería:* (Resolución 2021-1549-APN-ME, 2021; Resolución 2021-1550-APN-ME, 2021; Resolución 2021-1557-APN-ME, 2021; Resolución 2021-1564-APN-ME, 2021; Resolución 2021-1566-APN-ME, 2021)

> *Incluye los contenidos curriculares y los fundamentos necesarios para el desarrollo de las competencias lógico – matemáticas y científicas para las carreras de ingeniería, en función de los avances científicos y tecnológicos, a fin de asegurar una formación conceptual para el sustento de las disciplinas específicas*.

Los saberes conceptuales y metodológicos que aportan el estudio de la Lógica, a través del lenguaje simbólico y los métodos de deducción y el estudio de las Estructuras Discretas, a través de los modelos de relaciones, estructuras finitas, grafos y árboles, proporcionan parte de los cimientos para el desarrollo del razonamiento lógico-matemático, componente fundamental del pensamiento científico-tecnológico, que requiere reconocer y plantear un problema, buscar soluciones con ayuda de algoritmos y analizar resultados para obtener conclusiones. Además del desenvolvimiento de las capacidades de abstracción, generalización, modelización y resolución de problemas, favorecen la apropiación de un lenguaje riguroso y preciso, contribuyendo de este modo a formar un profesional con *capacidad analítica y crítica* (Universidad Tecnológica Nacional (2024b).

Entre los saberes y capacidades establecidos en la Universidad Tecnológica Nacional (2024a) que tributan a las competencias específicas y genéricas de las carreras de Ingeniería de la FRM, UTN, se especifican el uso del lenguaje compacto de comunicación científica, para almacenar información y describir relaciones complicadas mediante el uso del lenguaje matricial y el desarrollo del pensamiento lógico, inductivo, deductivo y abductivo en cuanto posibilitan los procesos de conjeturar, argumentar, establecer condiciones necesarias, suficientes y necesarias y suficientes y de demostrar utilizando diferentes métodos, directo, de reducción al absurdo, contrarrecíproco entre otros.

Ambos espacios curriculares aportan en nivel 1 a las siguientes competencias genéricas comunes a todas las carreras de FRM-UTN:

- **CG1**: Identificar, formular y resolver problemas de ingeniería.
- **CG7**: Comunicarse con efectividad.
- **CG9**: Aprender en forma continua y autónoma.

Alineados con el propósito de contribuir al desarrollo de las competencias citadas, se propone una Mediación Didáctica con el objetivo de que los estudiantes vinculen objetos matemáticos estudiados en las asignaturas de LyED y AyGA. La mirada interdisciplinaria provee al estudiante saberes integrados y le permite hacer uso de ellos según sea la situación concreta que se le presente.

Mediación didáctica

La Mediación Didáctica propuesta en la Tabla 2 articula los saberes previos de operaciones binarias, grupos y subgrupos estudiados en la asignatura LyED y matrices, espacios vectoriales y transformaciones lineales correspondientes a la asignatura AyGA.

La secuencia está dinamizada bajo la estructura de un trabajo cooperativo, que propicia la activa participación en la búsqueda de soluciones y el debate de resultados, la argumentación de estrategias y la comunicación con un lenguaje apropiado, fomentando el compromiso por el aprendizaje autónomo y autogestionado.

Tabla 2

Mediación Didáctica

INICIO DE LA CLASE
<u>Actividad disparadora</u>: Se solicita a los estudiantes organizados en grupos de 3 o 4 integrantes que lean atentamente la siguiente situación: **Contexto**: Imaginen que forman parte de un equipo de ingenieros de software encargado de diseñar un sistema de comunicación para una pequeña planta industrial a través de una red de sensores que recolectan datos críticos sobre temperatura, presión, flujo, entre otros parámetros, y los envían a un controlador central. Es fundamental que estos datos se transmitan de manera segura y confiable para garantizar el funcionamiento correcto de los procesos de producción de la planta, su eficiencia y seguridad. El sistema se pondrá a prueba inicialmente con los datos generados por dos sensores. **Problema:** Para mejorar la integridad de los datos transmitidos entre los sensores y el controlador, se ha propuesto utilizar un esquema de codificación que a los datos recibidos por los sensores (0 o 1) le agrega un bit adicional llamado bit de paridad par (si los bits a transmitir tienen una cantidad par de unos, se agrega el bit 0, caso contrario el bit 1). Se quiere averiguar bajo estas condiciones ¿qué códigos de los recibidos por el controlador tendrían menor probabilidad de contener ruido o error en la transmisión?

Tabla 2 (continuación)

DESARROLLO DE LA CLASE

Actividad: Se propone a los estudiantes el intercambio y discusión de ideas para responder a los siguientes interrogantes y/o actividades.

¿Cuál es el conjunto de todos los datos posibles a transmitir por los dos sensores?

Luego de que surja naturalmente la propuesta del conjunto de todas las cadenas de dos bits {00, 01, 10, 11} se continúa formulando preguntas:

¿Qué conjunto de los estudiados podría ser un buen modelo para la representación de tales cadenas?

Se espera que los estudiantes propongan el conjunto $Z_2 \times Z_2 = (Z_2)^2$.

¿Podrían realizar la tabla de una operación binaria definida en $(\boldsymbol{Z_2})^2$ a partir de la operación binaria $(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}) \oplus (\boldsymbol{c},\boldsymbol{d}) = (\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c},\ \boldsymbol{b}+\boldsymbol{d})$ siendo $+$ la suma usual en $\boldsymbol{Z_2}$? (La cadena $(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$ puede escribirse $\boldsymbol{ab}$).

Los estudiantes registrarán la información por medio de una tabla de doble entrada, completando las celdas correspondientes, con la suma antes definida.

$\oplus$	00	01	10	11
00	00	01	10	11
01	01	00	11	10
10	10	11	00	01
11	11	10	01	00

Tabla 2 (continuación)

DESARROLLO DE LA CLASE
Analicen qué propiedades cumple el sistema algebraico $((Z_2)^2, \oplus)$ y determinen si el mismo es semigrupo, monoide o grupo, inspeccionando también si es abeliano o no. Consignen los procedimientos justificando cada una de las conclusiones. Se espera que los estudiantes lleguen a la conclusión que el sistema trabajado tiene una estructura de grupo abeliano. **Retomemos la situación, teniendo en cuenta que para transmitir las señales al controlador se agrega el bit de paridad, responde: ¿cuáles serían la totalidad de códigos a transmitir?** Los alumnos contarán la cantidad de unos que hay en las cadenas de $(Z_2)^2$ para obtener las cadenas {000, 011, 101, 110}. **¿A qué conjunto pertenecen los elementos en el contexto matemático que estamos trabajando?** Los estudiantes deberían proponer el conjunto $(Z_2)^3$. **¿Qué estructura tiene el conjunto $(Z_2)^3$ si extendemos de forma natural la operación $\oplus$ a dicho conjunto? Para argumentar las repuestas construyan la tabla de la operación y analicen cada una de las propiedades en el nuevo sistema algebraico.**

$\oplus$	000	001	010	011	100	101	110	111
000	000	001	010	011	100	101	110	111
001	001	000	011	010	101	100	111	110
010	010	011	000	001	110	111	100	101
011	011	010	001	000	111	110	101	100
100	100	101	110	111	000	001	010	011
101	101	100	111	110	001	000	011	010
110	110	111	100	101	010	011	000	001
111	111	110	101	100	011	010	001	000

Tabla 2 (continuación)

DESARROLLO DE LA CLASE
Se espera que los estudiantes lleguen a la conclusión de que $((\boldsymbol{Z_2})^{\mathbf{3}}, \oplus)$ tiene una estructura de grupo abeliano luego de elaborar la tabla solicitada.

¿Podrían definir una función que asigne a cada código de las señales obtenidas por los sensores, el código al que se le agregó el bit de paridad? ¿Cuál es el conjunto imagen de la función definida?

Los estudiantes definirán una función:

$$\begin{array}{l} f: (Z_2)^2 \rightarrow (Z_2)^3 \\ \quad 00 \rightarrow 000 \\ \quad 01 \rightarrow 011 \\ \quad 10 \rightarrow 101 \\ \quad 11 \rightarrow 110 \end{array}$$

cuyo conjunto imagen es $Im(f) = \{000, 011, 101, 110\}$

Bajo las condiciones del problema ¿podrían proponer una forma algebraica de obtener el tercer bit a partir de los dos primeros bits? En caso de encontrar la forma, verifiquen su corrección.

Se espera que los estudiantes se den cuenta que, como el bit de paridad, en este caso es 0 si hay una cantidad de par de unos y 1 si hay una cantidad impar de unos, el tercer bit puede obtenerse sumando los dos primeros, es decir, a cada cadena de dos bits le corresponderá una cadena de tres bits del siguiente modo:

$ab \rightarrow abc$ siendo $c = a + b$ siendo $+$ la suma usual en Z_2

Tabla 2 (continuación)

DESARROLLO DE LA CLASE
¿La operación $\oplus$ es cerrada sobre el conjunto imagen? Argumenten. Los estudiantes deberán analizar todas las sumas posibles, siendo uno de los registros, la producción de una tabla de doble entrada como se muestra a continuación. Deberán argumentar que la operación indicada es cerrada, ya que cualesquiera sean x e y elementos de $Im(f),\ x \oplus y \in Im(f)$.

$\oplus$	000	011	101	110
000	000	011	101	110
011	011	000	110	101
101	101	110	000	011
110	110	101	011	000

¿Qué puede afirmarse respecto a la estructura del conjunto imagen $(Im(f),\ \oplus)$?. Justifiquen.

Se espera que los alumnos concluyan que $Im(f)$ es un subgrupo de $(Z_2)^3$

En el contexto de la situación ¿Qué interpretación asignarían a los casos en que el controlador recibe señales que no pertenecen al conjunto $Im(f)$ subgrupo de $(Z_2)^3$**.**

Se espera que los estudiantes identifiquen que en los casos en que la cadena recibida no pertenezca al conjunto $Im(f)$, un subgrupo de $(Z_2)^3$ hay mayor probabilidad que el código transmitido posea algún error (ruido) de transmisión. Siendo por el contrario muy baja la probabilidad de error en el caso en que el código recibido por el controlador pertenezca al subgrupo $Im(f)$.

Tabla 2 (continuación)

DESARROLLO DE LA CLASE
Hemos utilizado los grupos $(\boldsymbol{Z_2})^2$ y $(\boldsymbol{Z_2})^3$ como modelos matemáticos para la situación planteada, ¿pero podríamos pensar los códigos de dos bits y los de tres bits como vectores de dos y tres componentes respectivamente? **Discutan sobre cuáles serían en cada caso los conjuntos y operaciones que definirían de modo de trabajar con las estructuras de espacios vectoriales. Expliquen si será posible o no trabajar con el conjunto de escalares reales.** Se espera que los estudiantes propongan como espacios vectoriales a los conjuntos $V = (Z_2)^2$ y $W = (Z_2)^3$, con la operación interna $\oplus$ ya definida en cada caso pero que noten que el conjunto de escalares para definir la operación interna debe ser $K = Z_2$ de modo que $k(a, b) = (ka, kb)$ y $k(a, b, c) = (ka, kb, kc)$, usando en cada caso el producto usual en Z_2. **¿Qué dimensiones tienen los espacios vectoriales $(\boldsymbol{Z_2})^2$ y $(\boldsymbol{Z_2})^3$, cuáles serían las bases estándar en cada caso? Justifiquen sus respuestas.** Los alumnos deberían proponer las bases estándar en cada caso y determinar las dimensiones 2 y 3 respectivamente, a partir de la cardinalidad de cada una.

Tabla 2 (continuación)

DESARROLLO DE LA CLASE

¿Es posible pensar a la función f como una transformación lineal de V en W?. Si la respuesta es afirmativa demostrarlo y encontrar la forma matricial que la representa. Si no es posible explicar el por qué.

Se espera que los estudiantes prueben que f es una transformación lineal y luego hallen la matriz de f a partir de las imágenes de los vectores básicos de $(Z_2)^2$ o bien interpretando desde la situación problemática planteada

.

$f\left(\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}$ y $f\left(\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}$ luego $A=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\\1&1\end{bmatrix}$, o bien

$$f\left(\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}a\\b\\a+b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a\\0\\a\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\b\\b\end{bmatrix}=a\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}+b\begin{bmatrix}0\\1\\b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\\1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$$

$f\colon (Z_2)^2 \to (Z_2)^3$ dada por $f\left(\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\\1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a\\b\\a+b\end{bmatrix}$

Tabla 2 (continuación)

CIERRE DE LA CLASE
Se solicita a los estudiantes que discutan y elaboren conclusiones sobre los siguientes interrogantes, validando sus respuestas: • **Puede un conjunto de elementos, MUNIDO DE DETERMINADAS OPERACIONES, ¿POSEER DISTINTAS ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS?** • **¿Qué relación puedes establecer entre grupos y espacios vectoriales?** • **¿Es posible afirmar que en todo espacio vectorial subyace la estructura de grupo?** • **¿Es posible modelar una situación con diferentes objetos matemáticos? ¿En qué aspectos basarías la elección de tales objetos?** Se espera que los estudiantes, a partir de la situación trabajada puedan vincular las estructuras de grupos y espacios vectoriales, concluyendo que el espacio vectorial respecto a la operación interna es un grupo abeliano. A su vez la situación planteada permite ampliar los conceptos construidos ya que propone el trabajo con un espacio vectorial munido de un conjunto de escalares diferente al conjunto de los números reales, con el que estaba familiarizado previamente.

PERSPECTIVAS Y CONCLUSIONES

Las actividades propuestas en la Mediación Didáctica están planificadas, teniendo como norte, promover en los estudiantes el desarrollo de competencias vinculadas al análisis crítico, a la elaboración de conjeturas, su argumentación y comunicación.

La metodología planteada involucra a los alumnos en tareas grupales, donde el debate y el diálogo permiten abordar consensos, modificar o afirmar hipótesis.

En la secuencia se propone la validación de proposiciones verdaderas, requiriendo del estudiante los procesos de demostración o de argumentación formal. También se incluye el análisis de una proposición falsa, a fin de que el alumno, a través del proceso de refutación, mediante la propuesta de un contraejemplo, constate la suficiencia de un solo elemento para justificar dicho valor de verdad.

La vinculación de objetos matemáticos para el abordaje de una situación contextualizada desde las miradas de distintas disciplinas no sólo pretende integrar saberes construidos desde las mismas, sino que busca brindar al estudiante herramientas múltiples, disponibles según sea la necesidad de uso y aplicación en contextos particulares.

Los requerimientos de comunicación escrita de los procesos, justificaciones y conclusiones, haciendo uso del lenguaje formal propio de las disciplinas implicadas, luego de la discusión e intercambio de ideas y de la creación de acuerdos fundamentados, busca propiciar el desarrollo de las capacidades de argumentación y comunicación lógica-matemática por su impacto en el logro de la competencia de comunicación efectiva.

El enfoque de enseñanza centrado en el estudiante propone un sujeto activo, donde el docente es un tutor o guía. En la secuencia propuesta, las preguntas planteadas en la actividad ayudan al alumno a ir descubriendo, relacionando, corrigiendo, produciendo hipótesis, sumándose, el ejercicio de capacidades vinculadas al ámbito social y a la interacción con otros. Estas acciones aportan a la formación integral de los futuros ingenieros.

Asumimos el compromiso de realizar aportes en esta dirección, con la intención de llevar a las aulas en el próximo ciclo lectivo esta mediación didáctica y otras que consoliden el enfoque propuesto.

REFERENCIAS

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 7*(2), 33-115. https://revue-rdm.com/1986/fondements-et-methodes-de-la/

Carreño M., P. (2012). La comunicación oral y escrita en la formación de ingenieros. Revisión y reflexión para la academia. *Ingenium. Revista de la Facultad de Ingeniería*, *13*(26), 146-152.

Díaz Montes, A. (2008). La búsqueda de solución a problemas irresolubles. Enfoque de argumentación. *Revista de Enseñanza Universitaria, 31*, 17-25. https://institucional.us.es/revistas/universitaria/31/2DiazMOntes.pdf

Douek, N. (2007). Some remarks about argumentation and proof. En P. Boero (ed.), *Theorems in school: From history, epistemology and cognition to classroom practice* (pp. 163-181). Sense Publishers.

Duarte, B. (2010). *Cuestiones didácticas a propósito de la enseñanza de la fundamentación en matemática: la función exponencial, el razonamiento matemático y la intervención docente en la escuela media* [Tesis de doctorado, Universidad de San Andrés]. http://hdl.handle.net/10908/18511

Jiménez Espinosa, A., & Pineda Bohórquez, L. M. (2013). Comunicación y argumentación en clase de matemáticas. *Educación y ciencia*, (16), 101-116. https://doi.org/10.19053/01207105.3243

Mendo Ostos, L., Castañeda Alonso, A., & Tarifa Lozano, L. (2017). El desarrollo de argumentos matemáticos en estudiantes universitarios. *Atenas*, *3*(39), 1-17. https://www.redalyc.org/artículoiculo.oa?id=478055149001

Perry, P. (2009). La comunicación en la clase de matemáticas, mediadora del aprendizaje. *Revista El Educador*, *4*.

Polenta, C., Tomazzeli, G., & Bernaldo de Quirós, C. (2023). Estudio de algunas Competencias lógico-matemáticas en Carreras de Ingeniería de la U.T.N. – F.R.M. En J. E. Calderón, J. Huespe & E. Anzoise, *Investigación y educación en Ciencias de la Ingeniería* (Vol. 3, 2nd ed. Ampliada, pp. 425 - 437). Universidad Tecnológica Nacional.

Resolución 2021-1549-APN-ME [Ministerio de Educación]. Contenidos Curriculares Básicos, Carga Horaria Mínima, Criterios de Intensidad de la Formación Práctica y Estándares para la Acreditación de las carreras de INGENIERÍA CIVIL. 18/05/2021. Ministerio de Educación.

Resolución 2021-1550-APN-ME [Ministerio de Educación]. Contenidos Curriculares Básicos, Carga Horaria Mínima, Criterios de Intensidad de la Formación Práctica y Estándares para la Acreditación de las carreras de INGENIERÍA CIVIL. 18/05/2021. Ministerio de Educación.

Resolución 2021-1557-APN-ME [Ministerio de Educación]. Contenidos Curriculares Básicos, Carga Horaria Mínima, Criterios de Intensidad de la Formación Práctica y Estándares para la Acreditación de las carreras de INGENIERÍA EN SISTEMAS DE INFORMACIÓN/ INFORMÁTICA. 18/05/2021. Ministerio de Educación.

Resolución 2021-1564-APN-ME [Ministerio de Educación]. Contenidos Curriculares Básicos, Carga Horaria Mínima, Criterios de Intensidad de la Formación Práctica y Estándares para la Acreditación de las carreras de INGENIERÍA ELECTROMECÁNICA. 18/05/2021. Ministerio de Educación.

Resolución 2021-1566-APN-ME [Ministerio de Educación]. Contenidos Curriculares Básicos, Carga Horaria Mínima, Criterios de Intensidad de la Formación Práctica y Estándares para la Acreditación de las carreras de INGENIERÍA CIVIL. 18/05/2021. Ministerio de Educación.

Universidad Tecnológica Nacional (2024a). *Álgebra y Geometría Analítica: Programa y Planificación. Ciclo Lectivo 2024. Facultad Regional Mendoza*.

Universidad Tecnológica Nacional (2024b). *Lógica y Estructuras Discretas: Programa y Planificación. Ciclo Lectivo 2024. Facultad Regional Mendoza*.

* * * * *